Ex তলৰ তথ্যখিনিৰ সহায়ত বহুলকৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

মজুৰি : 50-59 60-69 70-79 80-89 90-99 100-109

বনুৱাৰ সংখ্যা: 5 20 40 50 30 6

Soln: ইয়াত বিভাগবোৰ অবিচ্ছিন্ন নহয়। প্ৰথমতে বিভাগবোৰ অবিচ্ছিন্ন ৰূপত প্ৰকাশ কৰি তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল।

শ্ৰেণী	শ্ৰেণী পৰিবন্ধ	বাৰংবাৰতা f
50-59	49.5 — 59.5	5
60-69	59.5 — 69.5	20
70-79	69.5 — 79.5	$40 = f_0$
80-89	79.5 — 89.5	$50 = f_1$
90-99	89.5 — 99.5	$30 = f_2$
100-109	99.5 — 109.5	6

ইয়াত সৰ্বোচ্চ বাৰংবাৰতা হৈছে 50 আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে থকা শ্ৰেণীটো (শ্ৰেণী পৰিবন্ধ) হৈছে 79.5-89.5।

∴ বহুলক শ্ৰেণীটো হৈছে 79.5-89.5

আমি জানো যে,

$$\text{বহুলক} = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times c$$

$$= 79.5 + \frac{50-40}{2\times50-40-30} \times 10$$

$$= 79.5 + \frac{10}{100-70} \times 10$$

$$= 79.5 + \frac{10}{30} \times 10$$

$$= 79.5 + \frac{10}{3}$$

$$= 79.5 + 3.33 = 82.83$$

মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলকৰ মাজৰ সম্পৰ্ক:

যি বিভাজনৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক একে তাক সমমিত বিভাজন বোলে। সমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্য = মধ্যমা = বহুলক

যি বিভাজনৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক সমান নহয় তেনে বিভাজনক অসমমিত বিভাজন বোলে। অসমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত অধ্যাপক কাৰ্ল পিয়েৰচনে আগবঢ়োৱা মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলকৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো হ'ল -

$$\text{মাধ্য} - \text{বহুলক} = 3(\text{মাধ্য} - \text{মধ্যমা})$$

এই সম্পৰ্কটোৰ পৰা যিকোনো দুটা মান জনা থাকিলে তৃতীয়টোৰ মান উলিয়াব পাৰি।

Ex: এটা বিভাজনৰ মাধ্য আৰু মধ্যমা ক্ৰমে 22.23 আৰু 22.42 হ'লে বহুলকৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Sol^n: আমি জানো যে,

$$\text{মাধ্য} - \text{বহুলক} = 3(\text{মাধ্য} - \text{মধ্যমা})$$

$$\Rightarrow 22.23 - \text{বহুলক} = 3(22.23 - 22.42)$$

$$\Rightarrow 22.23 - \text{বহুলক} = 3(-0.19)$$

$$\Rightarrow 22.23 - \text{বহুলক} = -0.57$$

$$\Rightarrow 22.23 + 0.57 = \text{বহুলক}$$

$$\Rightarrow 22.8 = \text{বহুলক}$$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় বহুলক = 22.8 //

4) <u>গুণোত্তৰ মাধ্য</u> (Geometric mean) : (একক শ্ৰেণীৰ বাবে)

যদি চলক x ৰ $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ মান লয় তেন্তে এই মান সমূহৰ পূৰণফলৰ n তম মূলক গুণোত্তৰ মাধ্য বোলে।

অৰ্থাৎ গুণোত্তৰ মাধ্য (GM) $= \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n}$

$$= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$$

যদি দুটা বা তিনিটা মানৰ বাবে গুণোত্তৰ মাধ্য উলিয়াব লাগে তেন্তে এই সূত্ৰটোৰ সহায়ত উলিয়াব পাৰি। তিনিটাতকৈ অধিক মানৰ বাবে লগাৰিথমৰ সহায় লোৱা হয়।

$$\log GM = \frac{1}{n} \log (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n)$$

$$= \frac{1}{n} [\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \cdots + \log x_n]$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \log x_i$$

$$\therefore GM = \text{antilog} \left[\frac{1}{n} \log \sum_{i=1}^{n} x_i\right]$$

<u>বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত গুণোত্তৰ মাধ্য</u>:

গুণোত্তৰ মাধ্য (GM) $= \text{antilog} \left[\frac{1}{N} \Sigma \log f \cdot \log x\right]$

<u>টোকা</u>: i) বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x বোৰ চলকৰ মান

ii) অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x বোৰ বিভাগৰ মধ্যমান।

গুণোত্তৰ মাধ্যৰ ধৰ্ম :

1. এটা চলকৰ n সংখ্যক মানৰ পূৰণফল = সিহঁতৰ গুণোত্তৰ মাধ্যৰ n তম ঘাত

অৰ্থাৎ $x_1 \cdot x_2 \cdots x_n = (GM)^n$

2. n সংখ্যক আৱেক্ষণৰ গুণোত্তৰ মাধ্যৰ ঘাতাংকৰ মান = সিহঁতৰ ঘাতাংকৰ মাধ্য।

3. প্ৰত্যেক আৱেক্ষণ আৰু গুণোত্তৰ মাধ্যৰ অনুপাতৰ পূৰণফল 1 হ'ব অৰ্থাৎ

$$\frac{x_1}{GM} \cdot \frac{x_2}{GM} \cdot \frac{x_3}{GM} \cdots \frac{x_n}{GM} = 1$$

4. যদি $n_1, n_2, \ldots, n_k$ মান থকা শ্ৰেণীৰ গুণোত্তৰ মাধ্য ক্ৰমে $G_1, G_2, \ldots, G_k$ হয় তেন্তে শ্ৰেণীকেইটাৰ সংযুক্ত গুণোত্তৰ মাধ্য হ'ব -

$$\log G = \frac{n_1 \log G_1 + n_2 \log G_2 + \cdots + n_k \log G_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$$

Ex: 2, 8 আৰু 32 ৰ গুণোত্তৰ মাধ্য উলিওৱা।

Soln: গুণোত্তৰ মাধ্য $= (2 \times 8 \times 32)^{\frac{1}{3}}$

$= (2 \times 8 \times 8 \times 4)^{\frac{1}{3}}$

$= (8 \times 8 \times 8)^{\frac{1}{3}}$

$= (8^3)^{\frac{1}{3}}$

$= 8$ //

Ex: 40, 52, 63, 82 আৰু 93 ৰ গুণোত্তৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

Soln:

x	$\log x$
40	1.6021
52	1.7160
63	1.7993
82	1.9138
93	1.9685
Total	8.9997

গুণোত্তৰ মাধ্য $= \text{antilog}\left[\frac{1}{n} \Sigma \log x\right]$

$= \text{antilog}\left(\frac{1}{5} \times 8.9997\right)$

$= \text{antilog}(1.7999)$

$= 63.08$ //

Ex: তলৰ তথ্যৰ পৰা গুণোত্তৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

x : 10 15 25 40
f : 4 6 10 7

Soln: ইয়াত প্ৰথমতে তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল।

x	f	log x	f.log x
10	4	1.0000	4.0000
15	6	1.1761	7.0566
25	10	1.3979	13.9790
40	7	1.6021	11.2147
Total	27		36.2503

গুণোত্তৰ মাধ্য $= \text{antilog}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i \log x_i\right]$

$= \text{antilog}\left[\frac{1}{27} \times 36.2503\right]$

$= \text{antilog}(1.3426)$

$= 2.201$

5. হৰাত্মক মাধ্য (Harmonic mean): কোনো বিভাজনৰ মান সমূহৰ অন্যোন্যক বোৰৰ সমান্তৰ মাধ্যৰ অন্যোন্যকক বিভাজনটোৰ হৰাত্মক মাধ্য বোলে।

যদি চলক x য়ে $x_1, x_2, \ldots x_n$ মান লয় তেন্তে হৰাত্মক মাধ্য হ'ব -

$$H.M = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x_i}}$$

বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত

হৰাত্মক মাধ্য $= \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} f \cdot \frac{1}{x}}$; N → মুঠ বাৰংবাৰতা

টোকা: (i) বিচ্ছিন্ন চলকৰ ক্ষেত্ৰত x-বোৰ চলকৰ মান

ii) অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x-বোৰ শ্ৰেণীৰ মধ্যমান

iii) বিভিন্ন গতিবেগত একেই দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিলে, গড় গতিবেগ নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত হৰাত্মক মাধ্য উলিওৱা হয়।

Ex 2, 4, 6 আৰু 8 ৰ হৰাত্মক নিৰ্ণয় কৰা।

Soln:

$$H.M. = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}} = \frac{4}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}} = \frac{4}{\frac{12+6+4+3}{24}} = \frac{4\times 24}{25} = \frac{96}{25} = 3.84$$

Ex: তলৰ বিভাজন টোৰ পৰা হৰাত্মক মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

শ্ৰেণী:	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
বাৰংবাৰতা:	4	5	9	7	5

Soln: ইয়াত প্ৰথমতে তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰিম।

শ্ৰেণী	মধ্যমান x	বাৰংবাৰতা f	$\frac{f}{x}$
10-20	15	4	0.267
20-30	25	5	0.200
30-40	35	9	0.257
40-50	45	7	0.156
50-60	55	5	0.091
Total		N = 30	0.971

হৰাত্মক মাধ্য (HM) $= \frac{N}{\Sigma \frac{f}{x}} = \frac{30}{0.971} = \frac{30000}{971} = 30.896$

Ex: এজন ছাত্ৰই ঘৰৰ পৰা স্কুললৈ চাইকেলেৰে যাওঁতে 20 km/h গতিবেগত যায় আৰু স্কুলৰ পৰা ঘৰলৈ উভতি আহোঁতে 15 km/h গতিবেগত আহে। গড় গতিবেগ কিমান?

Soln: ইয়াত যিহেতু একেই দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰোঁতে গতিবেগৰ পৰিবৰ্তন হৈছে, গতিকে হৰাত্মক মাধ্য উলিয়াব লাগিব।

∴ নিৰ্ণেয় গড় গতিবেগ (হৰাত্মক মাধ্য)

$$= \frac{2}{\frac{1}{20}+\frac{1}{15}} = \frac{2}{\frac{3+4}{60}} = \frac{2\times 60}{7} = 17.1429$$