## 3. গড় বিচলন (Mean Deviation):

কোনো বিভাজনৰ মাধ্য বা মধ্যমাৰ পৰা বিভাজনটোৰ মানসমূহৰ বিচলনবোৰৰ পৰম মানবোৰৰ সমান্তৰ মাধ্যকে গড় বিচলন বোলে।

যদি চলক $x$ য়ে $x_1, x_2, \ldots, x_n$ মান লয় তেন্তে কোনো এটা গড় A ৰ পৰা গড় বিচলন হ'ল,

$$\text{গড় বিচলন (A ৰ পৰা)} = \frac{\Sigma|x-A|}{n}$$ , ইয়াত A → মাধ্য, বা মধ্যমা

টোকা: $|x-A|$ ক বিচলন $(x-A)$ ৰ পৰম মান বোলে। $x-A$ ৰ পৰমমানে সদায় ধনাত্মক মানহে বুজায়। অৰ্থাৎ ঋণাত্মক মানৰ পৰমমান ললে ধনাত্মক হয়।
উদাহৰণস্বৰূপে, $|7-2| = |5| = 5$, $|2-7| = |-5| = 5$

আকৌ যদি চলক $x$ য়ে $x_1, x_2, \ldots x_n$ মান লয় আৰু ইহঁতৰ অনুৰূপ বাৰংবাৰতাসমূহ ক্ৰমে $f_1, f_2, \ldots f_n$ হয়, তেন্তে,

$$\text{গড় বিচলন} = \frac{\Sigma f|x-A|}{\Sigma f_i}$$ ; A → মাধ্য বা মধ্যমা

$\Sigma f_i = N$

### গড় বিচলন গুণাংক (Coefficient of Mean Deviation):

$$\text{গড় বিচলন গুণাংক} = \frac{\text{গড় বিচলন}}{\text{যিটো গড় পৰা বিচলন লোৱা হয় সেই গড়}}$$

অৰ্থাৎ,

$$\text{মাধ্যৰ পৰা গড় বিচলন গুণাংক} = \frac{\text{মাধ্যৰ পৰা গড় বিচলন}}{\text{মাধ্য}}$$

$$\text{মধ্যমাৰ পৰা গড় বিচলন গুণাংক} = \frac{\text{মধ্যমাৰ পৰা গড় বিচলন}}{\text{মধ্যমা}}$$

## গড় বিচলনৰ সুবিধা:

1. বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ।
2. গোটেই কেইটা অৱেক্ষণেই গণনাত ব্যৱহৃত হয়।
3. চৰম মানৰ দ্বাৰা বেছি প্ৰভাৱিত নহয়।
4. পাৰ্থক্যবোৰৰ পৰম মান লোৱাৰ ফলত বিভাজনটো অনিয়মীয়া তথ্যৰ প্ৰভাৱৰ পৰা মুক্ত আৰু বিচলনৰ ধাৰণা পৰিষ্কাৰ ভাৱে লোৱা যায়।

## অসুবিধা:

1. বিচলনৰ পৰমমান লোৱাটো গাণিতিক ভাৱে যুক্তিযুক্ত নহয়।
2. বীজগাণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ নহয়।
3. কোনো বিভাজনৰ মধ্যমা প্ৰতিনিধিত্বমূলক নহলে গড় বিচলনো প্ৰতিনিধিত্বমূলক নহব।
4. মুক্ত বিভাগ থকা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত গড় বিচলন নিৰ্ণয় কৰিব নোৱাৰি।
5. প্ৰতিৰ্দশৰ আকাৰ বৃদ্ধি হলে গড় বিচলনো বৃদ্ধি পায়।

Ex: তলৰ তথ্যৰ পৰা গড় বিচলন (মাধ্যৰ পৰা আৰু মধ্যমাৰ পৰা) নিৰ্ণয় কৰা। 7, 10, 15, 22 আৰু 26

Soln: (i) মাধ্যৰ পৰা: ইয়াত মাধ্য $\bar{x} = \frac{7+10+15+22+26}{5} = \frac{80}{5} = 16$

$n = 5$

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰিম -

| $x$ | $\lvert x-A \rvert = \lvert x - \text{মাধ্য} \rvert = \lvert x-16 \rvert$ |
|---|---|
| 7 | 9 |
| 10 | 6 |
| 15 | 1 |
| 22 | 6 |
| 26 | 10 |
| মুঠ 80 | 32 |

∴ গড় বিচলন (মাধ্যৰ পৰা) $= \frac{\Sigma\lvert x-\bar{x}\rvert}{n} = \frac{32}{5} = 6.4$

গড় বিচলন গুণাংক $= \frac{6.4}{16} = 0.6$

(ii) প্ৰথমতে মানসমূহ ঊৰ্দ্ধক্ৰমত সজাই পাওঁ 7, 10, (15), 22, 26

∴ মধ্যমা = 15

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰিম

| $x$ | $\lvert x-A \rvert = \lvert x-Me \rvert = \lvert x-15 \rvert$ |
|---|---|
| 7 | 8 |
| 10 | 5 |
| 15 | 0 |
| 22 | 7 |
| 26 | 9 |
| | 29 |

∴ গড় বিচলন $= \frac{\Sigma\lvert x-15 \rvert}{5} = \frac{29}{5} = 5.8$

গড় বিচলন গুণাংক $= \frac{5.8}{15} = 0.387$

Date : ..............................

Ex তলত দিয়া তথ্যৰ (32) পৰা গড় বিচলন (মাধ্যৰ পৰা) আৰু গড় বিচলন গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা।

| নম্বৰ : | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
|---|---|---|---|---|---|
| ছাত্ৰসংখ্যা: | 6 | 7 | 8 | 11 | 8 |

Soln : ইয়াত প্ৰথমতে তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰিম।

| নম্বৰ | ছাত্ৰৰ সংখ্যা $f$ | মধ্যমান $x$ | $f.x$ | $\lvert x-\text{মাধ্য}\rvert = \lvert x-27\rvert$ | $f.\lvert x-27\rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 6 | 5 | 30 | 22 | 132 |
| 10-20 | 7 | 15 | 105 | 12 | 84 |
| 20-30 | 8 | 25 | 200 | 2 | 16 |
| 30-40 | 11 | 35 | 385 | 8 | 88 |
| 40-50 | 8 | 45 | 360 | 13 | 104 |
| | 40 | | 1080 | | 424 |

$$\text{মাধ্য}(\bar{x}) = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{1080}{40} = 27$$

$$\text{গড় বিচলন} = \frac{\Sigma f\lvert x-27\rvert}{N} = \frac{424}{40} = 10.6$$

$$\text{গড় বিচলন গুণাংক} = \frac{10.6}{27} = 0.393$$

মানক বিচলনৰ ধৰ্ম: 1) মূল বিন্দুৰ পৰিবৰ্তনৰ দ্বাৰা মানক বিচলন প্ৰভাৱান্বিত নহয় কিন্তু মাত্ৰাৰ পৰিবৰ্তনৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱান্বিত হয়।

অৰ্থাৎ $\sigma_x = \sigma_d$ ; $d_i = x_i - A$

যদি $u = \frac{x}{h}$ হয় তেন্তে

$\sigma_x = h\sigma_u$

$\Rightarrow \sigma_u = \frac{\sigma_x}{h}$

2) $x_1$ আৰু $x_2$ ৰ মানক বিচলন $= \frac{1}{2}(x_1 - x_2)$ ; $\sigma$ = ধনাত্মক

3. $n$ সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মানক বিচলন $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

4. দুটা বিভাগৰ সংযুক্ত মানক বিচলন হ'ল

$$\sigma_{12} = \sqrt{\frac{n_1(\sigma_1^2 + d_1^2) + n_2(\sigma_2^2 + d_2^2)}{n_1 + n_2}}$$

; $\sigma_{12}$ = সংযুক্ত মানক বিচলন, $d_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}$, $d_2 = \bar{x}_2 - \bar{x}$, $\bar{x}$ = সংযুক্ত গড়

$\bar{x}_1$ = প্ৰথম বিভাজনৰ মাধ্য, $\sigma_1$ = প্ৰথম বিভাজনৰ মানক বিচলন

$\bar{x}_2$ = ২য় বিভাজনৰ মাধ্য, $\sigma_2$ = ২য় বিভাজনৰ মানক বিচলন

$n_1$ আৰু $n_2$ হ'ল প্ৰথম আৰু ২য় বিভাজনৰ মানৰ সংখ্যা

(4) মানক বিচলন (Standard deviation):- প্ৰামানিক বিচলন বা মানক বিচলন হ'ল বিচলনৰ সৰ্বশ্ৰেষ্ঠ পৰিমাপ।

কোনো বিভাজনৰ মান সমূহৰ সমান্তৰ মাধ্যৰ পৰা লোৱা বিচলনৰ বৰ্গৰ সমান্তৰ মাধ্যৰ ধনাত্মক বৰ্গমূলেই হ'ল মানক বিচলন। ইয়াক $\sigma$ (চিগমা) ৰ দ্বাৰা বুজোৱা হয়।

a) নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত:

যদি চলক $x$ এ $x_1, x_2, ----, x_n$ মান লয় তেন্তে সিহঁতৰ মানক বিচলন হ'ব, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(x_i-\bar{x})^2}$; $\bar{x}$ = মাধ্য, $n$ = ৰাশিৰ সংখ্যা

ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰিবলৈ তলৰ সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \bar{x}^2}$$

b) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত:

যদি চলক $x$ এ $x_1, x_2, ----, x_n$ মান লয় আৰু সিহঁতৰ অনুৰূপ বাৰংবাৰতাবোৰ ক্ৰমে $f_1, f_2, ----f_n$ হয় তেন্তে মানক বিচলনটো হ'ব - $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\Sigma f(x_i-\bar{x})^2}$

ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত মানক বিচলনৰ সূত্ৰটো হ'ল -

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\cdot\Sigma f x^2 - \bar{x}^2}$$ ; $\bar{x}$ = মাধ্য, $N$ = মুঠ বাৰংবাৰতা

ইয়াত $x$ হ'ল বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত চলকৰ মান আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰৰ মধ্যমান।

গৃহীত মাধ্য পদ্ধতি (Assumed mean method): যদি $\bar{x}$ এটা দশমিক ভগ্নাংশ হয় তেন্তে গণনাৰ সুবিধাৰ বাবে $x$ ৰ মানবোৰৰ মাজৰ এটা মানক মাধ্য হিচাপে ধৰি (গৃহীত মাধ্য), সেই গৃহীত মাধ্যৰ পৰা (A ৰ পৰা) প্ৰতিটো মানৰ বিচলন লোৱা হয়, অৰ্থাৎ $d_i = x_i - A$, এইক্ষেত্ৰত মানক বিচলনৰ সূত্ৰটো হ'ল

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\Sigma d^2 - \left(\frac{1}{n}\Sigma d\right)^2}$$

বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}\ ; \quad d = x - A$$

$N$ = মুঠ বাৰংবাৰতা

টোকা: মানক বিচলনৰ বৰ্গক প্ৰসৰণ (variance) বোলে।

Ex: তলৰ তথ্যৰ পৰা মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

9, 7, 5, 11, 3

Soln: প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি

| $x$ | $x-\bar{x} = x-7$ | $(x-7)^2$ |
|---|---|---|
| 9 | $(9-7)=2$ | 4 |
| 7 | $(7-7)=0$ | 0 |
| 5 | $5-7=-2$ | 4 |
| 11 | $11-7=4$ | 16 |
| 3 | $3-7=-4$ | 16 |
| $\Sigma x = 35$ | | $\Sigma(x-7)^2 = 40$ |

$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{5} = \frac{35}{5} = 7$

$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(x-\bar{x})^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{5} \times 40}$

$= \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$

কল্পিত মাধ্য পদ্ধতি:

3, 5, 7, 9, 11 ; $A = 7$ ধৰা হ'ল

| $x$ | $d = x-A = x-7$ | $d^2$ |
|---|---|---|
| 9 | $9-7=2$ | 4 |
| 7 | $7-7=0$ | 0 |
| 5 | $5-7=-2$ | 4 |
| 11 | $11-7=4$ | 16 |
| 3 | $3-7=-4$ | 16 |
| | $\Sigma d = 0$ | $\Sigma d^2 = 40$ |

$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{40}{5} - \left(\frac{0}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{8-0}$

$= \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$ //

Ex: তলত দিয়া তথ্যৰ পৰা মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| বয়স | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| মানুহৰ | 64 | 132 | 153 | 140 | 51 |

Soln: ইয়াত এটা বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী। ইয়াত কল্পিত মাধ্য পদ্ধতিৰে মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰিব হ'ব,

মানক বিচলন $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল -

| $x$ | $f$ | $d = x-50$ | $d^2$ | $fd^2$ | $fd$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 64 | $30-50=-20$ | 400 | 25600 | $-1280$ |
| 40 | 132 | $40-50=-10$ | 100 | 13200 | $-1320$ |
| (50) | 153 | $50-50=0$ | 0 | 0 | 0 |
| 60 | 140 | $60-50=10$ | 100 | 14000 | 1400 |
| 70 | 51 | $70-50=20$ | 400 | 20400 | 1020 |
| | $540 = N$ | $\Sigma d=0$ | $\Sigma d^2 = 1000$ | $\Sigma fd^2 = 73200$ | $\Sigma fd = -180$ |

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{73200}{540} - \left(\frac{-180}{540}\right)^2}$$

$$= \sqrt{135.55 - (-0.11)^2}$$

$$= \sqrt{135.55 - 0.0121}$$

$$= \sqrt{135.55 - 0.01}$$

$$= \sqrt{135.54}$$

$$= 11.64$$

বিচলনৰ পৰিমাপৰ কেইটামান সম্বন্ধ; সমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত -

1. চতুৰ্থাংশ বিচলন $= \frac{2}{3}$ মানক বিচলন $= \frac{5}{6}$ গড় বিচলন
2. গড় বিচলন $= \frac{4}{5}$ মানক বিচলন
3. 4 মানক বিচলন = 5 গড় বিচলন = 6 চতুৰ্থাংশ বিচলন

মানক বিচলনে আদৰ্শ বিচলনৰ পৰিমাপৰ প্ৰায়বোৰ বৈশিষ্ট্য মানি চলে বাবে ইয়াক আদৰ্শ বিচলনৰ পৰিমাপ বোলা হয়।

বিচলন গুণাংক (coefficient of variation):

$$\text{বিচলন গুণাংক} = \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right) \times 100$$

= মানক বিচলন গুণাংক × 100

কোনো বিভাজনৰ বিচলন গুণাংক আন এটা বিভাজনৰ বিচলনৰ গুণাংকতকৈ কম হ'লে, যিটো বিভাজনৰ বিচলন গুণাংক কম সেই বিভাজনটো বেছি সংগতিপূৰ্ণ বুলি কোৱা হয়।